

座號_____ 姓名_____

(一)寫出下列公式(每格 1 分,共 10 分)

1 寫出等差數列公式： $a_n = \underline{\hspace{1cm}} a_1 + (n-1)d \underline{\hspace{1cm}}$

2.寫出等差級數公式： $s_n = \underline{\hspace{1cm}} \frac{n(a_1 + a_n)}{2} \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d] \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$ 中央項 * n

3.寫出等比數列公式： $a_n = \underline{\hspace{1cm}} a_1 \times r^{n-1} \underline{\hspace{1cm}}$

4.寫出等比級數公式： $s_n = \underline{\hspace{1cm}} \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1} \underline{\hspace{1cm}}$

5. $\sum_{k=1}^n 1 = \underline{\hspace{1cm}} n \underline{\hspace{1cm}}$ $\sum_{k=1}^n k = \underline{\hspace{1cm}} \frac{n(n+1)}{2} \underline{\hspace{1cm}}$ $\sum_{k=1}^n k^2 = \underline{\hspace{1cm}} \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \underline{\hspace{1cm}}$ $\sum_{k=1}^n k^3 = \underline{\hspace{1cm}} \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2 \underline{\hspace{1cm}}$

(二)填充題

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
分數	8	16	24	30	35	40	45	48	50	52	54	56	58	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	72	74	77	80

1.等差數列 2, 5, 8, 11, $\dots$. 則 $a_{30} = \underline{\hspace{1cm}} 89 \underline{\hspace{1cm}}$ 前 30 項的總和 $S_{30} = \underline{\hspace{1cm}} 1365 \underline{\hspace{1cm}}$

2.等比數列 3, 6, 12, 24, $\dots$. 則 $a_n = \underline{\hspace{1cm}} 3 \times 2^{n-1} \underline{\hspace{1cm}}$ 前 n 項的總和 $S_n = \underline{\hspace{1cm}} 3 \times (2^n - 1) \underline{\hspace{1cm}}$

3.一等差數列各項皆為正數，若前三項的和是 21，且積是 280，則此數列的第 15 項為 46

4.求下列各數列 $\{a_n\}$ 的一般項 a_n ：

(1) $a_1 = 6$, $a_n = a_{n-1} + 5$, 一般項 $a_n = \underline{\hspace{1cm}} 5n+1 \underline{\hspace{1cm}}$ (2) $a_1 = 1$, $a_n = a_{n-1} + (n-1)$, 一般項 $a_n = \underline{\hspace{1cm}} \frac{n^2 - n + 2}{2} \underline{\hspace{1cm}}$

(3) $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_n = (n-1)a_{n-1}, n \text{ 是正整數且 } n \geq 2 \end{cases}$, 求 $a_8 = \underline{\hspace{1cm}} 10080 \underline{\hspace{1cm}}$

5.試求下列各式之值：

(1) $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 20^2 = \underline{\hspace{1cm}} 2870 \underline{\hspace{1cm}}$ (2) $11^3 + 12^3 + 13^3 + \dots + 20^3 = \underline{\hspace{1cm}} 41075 \underline{\hspace{1cm}}$

(3) $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{79 \times 80} = \underline{\hspace{1cm}} \frac{79}{80} \underline{\hspace{1cm}}$

6.利用 Σ 的運算性質，求 (1) $\sum_{k=1}^{20} (3k-2) = \underline{\hspace{1cm}} 590 \underline{\hspace{1cm}}$ (2) $\sum_{k=1}^{10} 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^k = \underline{\hspace{1cm}} -\frac{1023}{1024} \underline{\hspace{1cm}}$

7.設一數列 $\{a_n\}$ 前 n 項和 $S_n = n(n+1)$, 則 $a_{10} = \underline{\hspace{1cm}} 20 \underline{\hspace{1cm}}$

8. 已知 $\sum_{k=1}^{10} a_k = 15$, $\sum_{k=1}^{10} b_k = 20$, 求 $\sum_{k=1}^{10} (2a_k - 3b_k + 1)$ 的值 -20

9. 把下列級數用 Σ 符號表示： $1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \cdots + 20 \times 21 = \sum_{k=1}^{20} k(k+1)$

10. 表示出 18 的正因數所成的集合： $\{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$

11. 試列出集合 $S = \{a, b, c\}$ 的所有子集 $\{ \} \{a, b, c\} \{a\} \{b\} \{c\} \{a, b\} \{b, c\} \{a, c\}$

12. 設字集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $A = \{2, 4, 6, 8\}$, $B = \{1, 3, 6, 8, 9\}$, 試用表列式回答下列問題：

(1) 補集 $A' = \underline{\{1, 3, 5, 7, 9\}}$

(2) 差集 $A - B = \underline{\{2, 4\}}$

(3) 聯集 $A \cup B = \underline{\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9\}}$

13. 計算 504 的正因數個數 = 24

14. 1 到 1000 的正整數中，3 的倍數或 5 的倍數共有 467 個

15. 集合 A , B 都是集合 S 的子集，A' , B' 分別是 A , B 在 S 的餘集，已知 $n(S) = 120$, $n(A) = 85$, $n(B) = 67$,

$n(A \cap B) = 50$, 計算 $n(A \cup B) = \underline{102}$, $n(A' \cup B') = \underline{70}$

16. 相同的木瓜 6 個，相同的橘子 7 個，相同的梨子 5 個，全部分給甲、乙二人，則每人至少一個，有 120 種分法

17. 衣櫃中有不同之洋裝 8 件，外套 6 件，若小英選取洋裝，外套各一件搭配穿著，則共有 48 種不同之穿法。

18. 一數列 $\{a_n\}$ 的遞迴定義式為 $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = \frac{3a_n - 1}{4a_n - 1}, n \text{ 是正整數} \end{cases}$, 試推測一般項 $a_n = \underline{\frac{n}{2n-1}}$

(三) 數學歸納法 (10 分)

1. 利用數學歸納法證明：對任意正整數 n , $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ 恆成立