

劃答案卡：■否 適用班級：3-5 ~ 3-6

姓名：_____ 座號_____ 104、03、27

一、填充題：(共 91 分)

配分對照表

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
得分	8	16	23	30	37	44	50	55	60	64	68	72	75	78	81	83	85	87	89	90	91

1. 試求下列各極限值 (如果極限不存在, 請填入「不存在」):

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 7n + 7}{35n^2 + 6n - 5} = \underline{\hspace{2cm}}$. (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7^{n+1} - 3^{n+2}}{4 \cdot 7^n + 2^{n+1}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{\sqrt{5n^2 + 1}} + \frac{3}{\sqrt{5n^2 + 2}} + \frac{3}{\sqrt{5n^2 + 3}} + \dots + \frac{3}{\sqrt{5n^2 + n}} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$.

(4) 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + n}{n-1} - \frac{n^2}{n+3} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$. (5) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2}{n^3 + 2n^2 + 7n + 100} = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. (1) 數列 $\langle (2x-1)^n \rangle$ 收斂, 試求 x 的範圍 = _____ . (2) 若無窮級數 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2x}{1+x} \right)^{n-1}$ 其和為 $\frac{4}{3}$, 則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 試求下列各級數之和, 若該級數無法求其和, 則註明「不存在」:

(1) $1 - \frac{3}{2} + \frac{9}{4} - \frac{27}{8} + \dots = \underline{\hspace{2cm}}$. (2) $\frac{2}{5} + \frac{8}{5^2} + \frac{26}{5^3} + \dots + \frac{3^n - 1}{5^n} + \dots = \underline{\hspace{2cm}}$.

(3) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \left(\frac{-1}{3} \right)^n \right) = \underline{\hspace{2cm}}$. (4) $\frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \frac{1}{7 \times 10} + \dots + \frac{1}{(3n-2)(3n+1)} + \dots = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. 若首項為 1, 公比為 r 的無窮等比級數和等於循環小數 $1.\bar{8}$, 則 $r = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. 求 $0.7 + 0.077 + 0.00777 + \dots = \underline{\hspace{2cm}}$.

6. 已知數列 $\langle a_n \rangle$ 的首項 $a_1 = 4$, 且 $(2n-1) \times a_{n+1} = (2n+1) \times a_n$, 則 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} = \underline{\hspace{2cm}}$.

7. 已知函數 $f(x) = \sqrt{15 - 2x - x^2}$, 試求此函數之: (1) 定義域 = _____ . (2) 值域 = _____ .

8. 已知 $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = \frac{2x+1}{x-1}$, 試求 $(f \circ g)(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

9. 設函數 $f(x) = x^3 - 1$, 且 $g(2x+7) = f(x-1)$, 則 $g(3) = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 若 $\langle a_n \rangle$ 收斂且 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3a_n - 2}{5a_n + 3} = 2$, 則 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \underline{\hspace{2cm}}$.

11. 已知 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^3 + bn^2 - 1}{3n^2 - 4n + 2} = 4$, 試求數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 一皮球自離地面 20 公尺處落下, 每次反彈高度為落下高度的 $\frac{3}{5}$, 則此皮球到靜止時所經過的路程為 _____ 公尺.

二、計算題：(9%) ※請詳列計算過程，否則不計分

1. 設無窮等比級數 $3 + \frac{3}{8} + \frac{3}{8^2} + \dots + \frac{3}{8^{n-1}} + \dots$ 之和為 S , 前 n 項之和為 S_n , 試求:

(1) $S_n = ?$ (3%) (2) $S = ?$ (3%) (3) 若 $|S - S_n| < \frac{1}{1000}$, 則最小正整數 $n = ?$ (3%)

劃答案卡：■否 適用班級：3-5 ~ 3-6

姓名：_____ 座號_____ 104、03、27

一、填充題：(共 91 分)

配分對照表

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
得分	8	16	23	30	37	44	50	55	60	64	68	72	75	78	81	83	85	87	89	90	91

1.-(1)	1.-(2).	1.-(3)	1.-(4)
$\frac{2}{35}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{3}{\sqrt{5}}$	5
1.-(5)	2.-(1)	2.-(2).	3.-(1).
$\frac{1}{3}$	$0 < x \leq 1$	$\frac{1}{7}$	不存在
3.-(2)	3.-(3)	3.-(4).	4.
$\frac{5}{4}$	不存在	$\frac{1}{3}$	$\frac{8}{17}$
5.	6.	7.-(1)	7.-(2)
$\frac{700}{891}$	8	$\{x \in R -5 \leq x \leq 3\}$	$\{y \in R 0 \leq y \leq 4\}$
8.	9.	10.	11.
$\sqrt{\frac{2x+1}{x-1}}$	-28	$\frac{8}{7}$	(0, 12)
12.			
80			

二、計算題：(9%) ※請詳列計算過程，否則不計分

(1) $S_n = \frac{24}{7} (1 - (\frac{1}{8})^n)$. (3%)

(2) $S = \frac{3}{1 - \frac{1}{8}} = \frac{24}{7}$. (3%)

(3) $n = 4$ (3%)