

適用班級 3~1、2、3、4、9 答案卷：是 畫答案卡：否 班級：3~ 姓名：_____ 座號：_____

一、多重選擇題：全對給 6 分，錯一個給 4 分，錯兩個給 2 分，錯三個以上不給分，未作答不給分

1. 設 $\langle a_n \rangle$ 、 $\langle b_n \rangle$ 、 $\langle c_n \rangle$ 為三數列，下列敘述哪些正確？

- (A) 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - b_n) = 0$ ，則 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$
- (B) 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n)$ 存在，則 $\langle a_n \rangle$ 、 $\langle b_n \rangle$ 均收斂
- (C) 若 $\langle a_n \rangle$ 、 $\langle b_n \rangle$ 均發散，則 $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n)$ 不存在
- (D) 若 $\langle a_n \rangle$ 收斂， $\langle b_n \rangle$ 發散，且 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$ ，則 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{a_n}$ 不存在
- (E) 若 $\langle a_n \rangle$ 、 $\langle b_n \rangle$ 均收斂，且 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ ，則 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{a_n}$ 不存在
- (F) 若對所有自然數 n ， $0 < a_n \leq b_n$ 恆成立，且 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$ ，則 $\langle a_n \rangle$ 收斂

二、填充題：共 94 分，配分如下表

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
得分	8	16	24	30	36	42	47	52	56	60	64	68	72	76	80	83	86	89	92	94

1. 求下列各極限值：(若極限不存在，則以不存在作答)

- (1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 1}{2n^2 + 1} = \underline{\hspace{2cm}}$
- (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4 + 7 + 10 + \dots + (3n + 1)}{n} = \underline{\hspace{2cm}}$
- (3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 4^n}{5^n} = \underline{\hspace{2cm}}$
- (4) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3} = \underline{\hspace{2cm}}$
- (5) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-1)^{12} - 1}{x - 2} = \underline{\hspace{2cm}}$
- (6) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{x+10}{x^3-8} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$
- (7) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3+2h} - \sqrt{3-h}}{h} = \underline{\hspace{2cm}}$
- (8) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{[x]}{|x^2|} = \underline{\hspace{2cm}}$ ($[x]$ 為高斯函數)

2. 設 a, b 為實數且滿足 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + ax + b}{x - 2} = 5$ ，則 $a + b = \underline{\hspace{2cm}}$

3. 設 $f(x) = 3x^2 - 1$, $g(x) = x^3 + 1$, 求 $(f \circ g)(x) =$ _____

4. 設 $f(x) = (3x+1)(x-1)$, $g(x) = (3x+1)(x-2)$, 求 $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ 的定義域 _____

5. 設 $f(x) = \begin{cases} 4-x, & x \geq 3 \\ ax+b, & -1 < x < 3 \\ x^2-8, & x \leq -1 \end{cases}$, 若 $f(x)$ 為連續函數, 求 $f(2) =$ _____

6. 設 $f(x) = (2x-3)^5$, 求 $f'(1) =$ _____

7. 設 $f(x) = \sqrt[3]{(x+7)^4}$, 求 $f'(1) =$ _____

8. 設 $f(x) = \frac{(x-1)(x-4)^2(x-5)}{(x+2)(x+3)}$, 求 $f'(1) =$ _____

9. 設 $f(x) = (x^3 + x^2 + 2x - 4)(x^2 - 3x + 5)$, 求 $f'(1) =$ _____

10. 設 $f(x) = |4 + x - x^2|$, 求 $f'(-2) =$ _____

11. 求在函數 $f(x) = (x^2 + x - 1)^4$ 的圖形上, 以 $P(1, 1)$ 為切點的切線方程式 _____

12. 在函數 $f(x) = x^2 + 4x + 3$ 的圖形上, 以點 P 為切點的切線斜率為 5, 求 P 點坐標 _____

13. 已知 $P(0, 2)$ 為函數 $f(x) = x^2 + x + 6$ 圖形外一點, 求過 P 且與 $f(x)$ 相切的直線方程式 _____ (兩解)

適用班級 3~1、2、3、4、9 答案卷：是 畫答案卡：否 班級：3~ 姓名：_____ 座號：_____

一、多重選擇題：全對給 6 分，錯一個給 4 分，錯兩個給 2 分，錯三個以上不給分，未作答不給分

1.
DF

二、填充題：共 94 分，配分如下表

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
得分	8	16	24	30	36	42	47	52	56	60	64	68	72	76	80	83	86	89	92	94

1.(1)	1.(2)	1.(3)	1.(4)	1.(5)
$\frac{1}{2}$	不存在	$\frac{14}{3}$	6	12
1.(6)	1.(7)	1.(8)	2.	3.
$\frac{5}{12}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	不存在	-5	$3x^6 + 6x^3 + 2$
4.	5.	6.	7.	8.
$\left\{x \mid x \in R, x \neq -\frac{1}{3}, x \neq 2\right\}$	-1	10	$\frac{8}{3}$	-3
9.	10.	11.	12.	13.
21	-5	$12x - y - 11 = 0$	$\left(\frac{1}{2}, \frac{21}{4}\right)$	$5x - y + 2 = 0$ $3x + y - 2 = 0$