

國立臺東高級中學 103 學年度 第二學期 第一次期中考高三數學科試題卷

劃答案卡：■否 適用班級：3 - 7,8 班級_____ 姓名_____ 座號_____ 104、03、27

一、簡易填充題(30%，每題 3 分)：

判斷下列各無窮數列為收斂或發散數列，若為發散數列，填入”X”；若為收斂數列，填其極限值。

- (A) $\langle (-1)^n \rangle$ (B) $\left\langle \left(\frac{100}{99} \right)^n \right\rangle$ (C) $\langle 1 + 0.9^n \rangle$ (D) $\langle 2 + \frac{1}{n^2} \rangle$ (E) $\langle \frac{2n-3}{n^2+1} \rangle$
 (F) $\langle \frac{(-1)^n}{n} \rangle$ (G) $\left\langle \frac{6^n}{7^{n+1}} \right\rangle$ (H) $\left\langle 7 + \left(\frac{10}{11} \right)^n \right\rangle$ (I) $\left\langle \frac{1-n^2}{n} \right\rangle$ (J) $\left\langle \frac{999+n}{999-n} \right\rangle$.

二、計算題(70%)：配分對照表

沒有算式，不予計分

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9
得分	16	26	34	42	48	54	60	65	70

- 求下列各無窮數列的極限 (1) $\langle \sqrt{2} \rangle$ (2) $\left\langle \frac{3^{n+2} + 4^n}{4^{n+1} - 5^n} \right\rangle$.
- 求下列各無窮等比級數和 (1) $\frac{3}{5} - \frac{3}{10} + \frac{3}{20} - \frac{3}{40} + \cdots$ (2) $1 + \frac{4}{3} + \frac{16}{9} + \frac{64}{27} + \cdots$.
- 求 (1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 2^n}{5^n}$ (2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + (-2)^n}{5^n}$.
- 求 (1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\cdots+n}{n^2}$ (2) $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{2 \times 4} + \cdots + \frac{1}{n(n+2)} + \cdots$ 的和
- 將下列各循環小數化成分數： (1) $0.\overline{12}$ (2) $0.\overline{235}$
- (1) 已知 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 + 7}{3n^2 - 2n} = 2$ ，求常數 a 的值。 (2) 已知 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 + bn + 6}{3n - 2} = 5$ ，求常數 a 與 b 的值。
- 若 $\langle a_n \rangle$ 收斂且 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3a_n - 2}{5a_n + 3} = 2$ ，求 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.
- 已知對於每一個正整數 n ，數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $n^2 - 2n + 3 \leq n^2 a_n \leq n^2 + 2n + 4$ ，求 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.
- 一皮球自離地面 10 公尺高處落下，每次反跳高度為其落下時高度的 $\frac{2}{5}$ ，求此球自落下到靜止時所經過的距離。

國立臺東高級中學

103 學年度
第 二 學期

第一次期中考高三數學科答案卷

劃答案卡：■否 適用班級：3 - 7,8 班級_____ 姓名_____ 座號_____ 104、03、27

一、簡易填充題 (30%，每題 3 分)： 若為發散數列，填 ”X”； 若為收斂數列，填 ”其極限值”。

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)	(F)	(G)	(H)	(I)	(J)
X	X	1	2	0	0	0	7	X	-1

二、計算題(70%)：配分對照表

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9
得分	16	26	34	42	48	54	60	65	70

請自行寫題號，沒有算式，不予計分。(背面可續寫)

1. (1) $\sqrt{2}$ (2)0
2. (1) $\frac{2}{5}$ (2)不存在
3. (1) 0 (2) $\frac{17}{14}$
4. (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{3}{4}$
5. (1) $\frac{4}{33}$ (2) $\frac{233}{990}$
6. (1) a=6 (2) a=0 ,b=15
7. $\frac{-8}{7}$
8. 1
9. $\frac{70}{3}$