

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、單選題：(每題5分，共15分)

1. () 已知一等差數列共有 16 項，其中奇數項之和為 8，偶數項之和為 48，則下列哪一選項為此數列之公差？

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

2. () 設等比級數
- $S_n = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \cdots + \left(\frac{1}{3}\right)^n$
- ，若
- $\frac{1}{2} - S_n < \frac{1}{5000}$
- ，則滿足不等式的最小正整數
- $n = ?$

(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

3. () 下列五組資料(每組各有 10 筆)：

甲：1、1、1、1、1、10、10、10、10、10

乙：1、1、1、1、5、6、10、10、10、10

丙：1、1、1、5、5、6、6、10、10、10

丁：1、5、5、5、5、6、6、6、6、10

戊：1、2、3、4、5、6、7、8、9、10

試問哪一組資料的標準差最小？

(A) 甲 (B) 乙 (C) 丙 (D) 丁 (E) 戊

二、多選題：(每題答對得5分，未答者不給分，錯一個選項得2分，錯2個選項得1分，錯3個或3個以上不給分。)

1. () 已知一等差數列共有 21 項，其公差
- $d < 0$
- ，且
- $a_1 + a_{21} = 0$
- ，試選出
- 正確
- 的選項？

(A) $a_1 < 0$ (B) $a_{11} > 0$ (C) $a_{10} + a_{11} + a_{12} = 0$ (D) $a_7 + a_{16} > 0$ (E) $a_1 + a_2 + \cdots + a_{21} = 0$

2. () 試問下列敘述何者正確？

(A) 在等比數列中 $\langle a_n \rangle$ 中，恆滿足 $a_3 a_{10} = a_7 a_8$ 。(B) 已知一數列的遞迴關係式為 $a_1 = 2$ 且 $a_n = 3a_{n-1} + 2$ ，則此數列的一般項為 $a_n = 3^n - 1$ 。

(C) 假設在平均數為 10 的八個不全相同數據中，加入一個新的數據 10 後，所得的新標準差會變小。

(D) 若變量 x 與變量 y 的相關係數為 0.4，則 $2x$ 與 y 的相關係數為 0.8。(E) 相關係數 r 越大表示兩變量的相關程度越強。

三、填充題：(共 69 分，配分方式如表格)

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
得分	6	12	18	24	30	34	38	42	46	50	54	57	60	63	66	69

1. 已知等比數列
- $\langle a_n \rangle$
- 中，
- $a_5 = 15$
- 、
- $a_9 = 3840$
- ，則此數列的公比為_____。

2. 已知一數列的遞迴關係式為
- $a_1 = 2$
- 且
- $a_n = a_{n-1} + (2n + 3)$
- ，則此數列的第 6 項為_____。

3. (素養題) 因疫情趨緩，阿麥打算利用 365 天的時間存錢當作旅行基金，第一天存 10 元，此後的每一天都比前一天多存 1 元，則 365 天後，阿麥總共可以存_____元。

4. 化簡 $\frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \cdots + \frac{1}{(2n+1)(2n+3)} + \cdots + \frac{1}{1023} =$ _____。

5. 試求級數 $6^3 + 7^3 + \cdots + 15^3$ 之和=_____。

6. 試求級數 $2^2 + 4^2 + \cdots + 30^2$ 之和=_____。

7. (素養題) 晟晟於每個月月初將在學校工讀所賺的 3000 元存在銀行，已知銀行的月利率是 0.2%，以複利孳息，則 3 年後得本利和為_____元。(已知 $(1.002)^{36} \approx 1.07458$ ，四捨五入取到整數位。)

8. (素養題) 東中班聯會為了瞭解東中的同學喜歡學校貢蛋飯的程度，邀請了 50 位同學做評價，經每位同學給予 1~5 顆星評價後統計如下表：

顆星數	1	2	3	4	5
人數	5	7	x	y	13

已知其評價分數的算術平均數為 3.48 顆星，則數對 $(x, y) =$ _____。

9. (素養題) 遙遙這學期歷史科三次期考成績分別得 60 分、50 分、40 分，已知學期總成績的算法為三次期考各佔 20%、20%、30%，另外，老師給予的平時分數亦佔 30%，則老師至少要給予_____分，遙遙的學期總成績才會大於或等於 60 分？(請填正整數)

10. (素養題) 因烏俄戰爭關係使得國際鎳金屬價飆漲，已知近三個交易日的上漲率分別為 60%、104.8%、-36%，則這三日的平均上漲率為_____。

11. (素養題) 下圖為 111 學年度學科能力測驗數學 A 級分人數累計表，定義前標為第 75 百分位數考生的級分(級分由低至高排列)，則此次考試的數學 A 前標為_____級分。

級分	人數	累計人數	級分	人數	累計人數
15	789	79,834	7	7,580	54,877
14	782	79,045	6	10,709	47,297
13	1,518	78,263	5	10,074	36,588
12	1,893	76,745	4	12,019	26,514
11	3,083	74,852	3	8,063	14,495
10	3,733	71,769	2	5,355	6,432
9	5,678	68,036	1	1,051	1,077
8	7,481	62,358	0	26	26

12. (素養題) 數學老師抽問了班上 6 位同學每日的零用錢有多少，統計後得到的數據為 50 元、110 元、110 元、140 元、200 元、230 元，則以上 6 位同學每日零用錢的標準差為_____元。

13. (素養題) 因數學平時考成績不理想，任課老師決定以原始的成績乘以 1.2 倍後再加 10 分做調整。已知調整後的成績無人超過 100 分，且原始成績的平均數為 40 分，標準差為 5 分。若調整後的成績平均數為 M 分，標準差為 N 分，則數對 $(M, N) =$ _____。

14.（素養題）疫情過後，民眾紛紛引頸期盼國際旅遊到來，好康旅行社推出日本旅遊行程讓顧客挑選，所推出的天數（ x ）與價格（ y ）如下：

天數（日）	3	4	5	6	7
價格（千元）	27	29	30	36	38

- 試求：（1）天數（ x ）與價格（ y ）的相關係數為_____。（以分數表達）
（2）價格（ y ）對天數（ x ）的最適直線為_____。（以點斜式表達即可）
（3）若好康旅行社決定推出 10 天的旅遊行程，則預估價格約為_____千元。

參考公式：

$$\text{相關係數 } r = \frac{(x_1-\mu_x)(y_1-\mu_y)+(x_2-\mu_x)(y_2-\mu_y)+\cdots+(x_n-\mu_x)(y_n-\mu_y)}{\sqrt{(x_1-\mu_x)^2+(x_2-\mu_x)^2+\cdots+(x_n-\mu_x)^2}\sqrt{(y_1-\mu_y)^2+(y_2-\mu_y)^2+\cdots+(y_n-\mu_y)^2}}$$

$$\text{最適直線 } y - \mu_y = r \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x - \mu_x)$$

四、證明題：（共 1 題，6 分）

1. 用數學歸納法證明： $1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + (2n - 1) = n^2$ ，對所有正整數 n 均成立。

一、單選題：(每題5分，共15分)

1.	2.	3.

二、多選題：(每題答對得5分，未答者不給分，錯一個選項得2分，錯2個選項得1分，錯3個或3個以上不給分。)

1.	2.

三、填充題：

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
得分	6	12	18	24	30	34	38	42	46	50	54	57	60	63	66	69

1.	2.	3.	4.
5.	6.	7.	8.
9.	10.	11.	12.
13.	14. (1)	14. (2)	14. (3)

四、證明題：(共1題，6分)

證明：用數學歸納法證明： $1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + (2n - 1) = n^2$ ，對所有正整數 n 均成立。

一、單選題：(每題5分，共15分)

1.	2.	3.
C	B	D

二、多選題：(每題答對得5分，未答者不給分，錯一個選項得2分，錯2個選項得1分，錯3個或3個以上不給分。)

1.	2.
CE	BC

三、填充題：

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
得分	6	12	18	24	30	34	38	42	46	50	53	56	59	62	65	67

1.	2.	3.	4.
± 4	57	70080	$\frac{5}{33}$
5.	6.	7.	8.
14175	4960	112094	(10, 15)
9.	10.	11.	12.
87	28%	8	60
13.	14. (1)	14. (2)	14. (3)
(58, 6)	$\frac{29}{30}$	$y - 32 = \frac{29}{10}(x - 5)$	46.5

四、證明題：(共1題，6分)

證明：用數學歸納法證明：$1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + (2n - 1) = n^2$，對所有正整數$n$均成立。
--