國立臺東高級中學111學年度第一學期第2次期中考高三數學科試題

適用班級：301~303，308　　　　　　班級：3-　座號：___ 姓名：________

1　**填充題(20格，共92分，配分如表格)**

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
得分	8	16	24	32	40	46	52	56	60	63	66	69	72	75	78	81	84	87	90	92

1.試求下列導函數 $f'(x)$

(1) $f(x)=303$ 則 $f'(x)$ =__(1)__

(2) $f(x)=x^2-2x$ 則 $f'(x)$ =__(2)__

(3) $f(x)=\dfrac{1}{x^2}$ 則 $f'(x)$ =__(3)__

2.試求下列函數在 $x=1$ 的導數

(1) $h(x)=(x^2+2x+2)(x^3-4x+5)$ 則 $h'(1)$ =__(4)__

(2) $h(x)=\dfrac{x+3}{x^2+2x+5}$ 則 $h'(1)$ =__(5)__

(3) $h(x)=(x^2+x-1)^{10}(2x-3)^{20}$ 則 $h'(1)$ =__(6)__

(4) $h(x)=\dfrac{(x-1)(x-2)(x-4)(x-5)}{(x-3)}$ 則 $h'(1)$ =__(7)__

3.求函數 $f(x)=x^3+6x+1$ 在 $x=1$ 處一次近似__(8)__

4.已知多項式函數 $f(x)$ 滿足 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}=3$，求 $f(x)$ 的圖形在 $x=0$ 處的切線方程式為__(9)__

5.在函數 $f(x)=x^2-x+2$ 的圖形上，已知以點 P 為切點的切線斜率為 3，求切點 P 的坐標__(10)__

6.在函數 $f(x)=x^3$ 的圖形上，求以點 $P(-2,-8)$ 為切點的切線方程式為__(11)__

7.已知三次多項式 $f(x)$ 滿足 $f(1)=f(2)=f'(2)=0$　$f'(0)=-8$，求 $f(x)$ =__(12)__

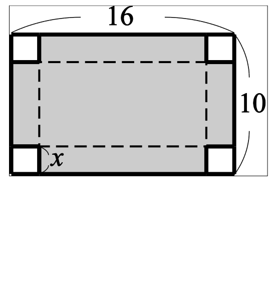
8.已知 $P(1,2)$ 為二次函數 $f(x)=x^2+x+1$ 的圖形外一點，求通過 P 點的切線方程式為__(13)__

9. $f(x)=x^4-4x^3+x+3$ 求其反曲點__(14)__

10.求函數 $f(x)=x^4-4x^3+4x^2+3$ 的極大值__(15)__與極小值__(16)__

11.已知實係數多項式函數 $f(x)=x^4+3x^3+ax^2+b$，若 $y=f(x)$ 的圖形有一個反曲點 $(1,20)$，則 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(-2-4h)-f(-2)}{h}$ 的值為__(17)__。

12.將邊長 16 公寸，寬 10 公寸的矩形鐵片，四個角各截去一個面積相等的正方形，如圖所示；然後再將各邊沿著虛線摺起來，做成一個無蓋的長方體容器。
設截去的正方形邊長為 x 公寸，且長方體的容積為 $f(x)$ 立方公寸（鐵片厚度不計）。

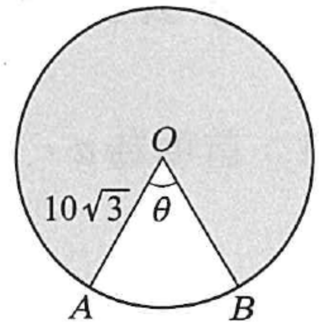


(1)寫出函數 $f(x)$ 為 (18)
(2)長方體的容積達到最大為 (19) 立方公寸。

13.設 $a>0$，且函數 $f(x)=ax^3-\frac{3}{2}ax^2-6ax+b$ 的極大值13，極小值-14，求數對 (a,b) 為 (20)

2 混合題(每小題2分，共8分)

聖哥有一個半徑為 $10\sqrt{3}$ 公分的圓形紙張，想在圓形紙張上割去圓心角為 θ 的扇形AOB 剩下的紙張圍成一個圓錐形帽子 Ω，聖哥想要知道:當圓心角為 θ 多大時，帽子 Ω 的體積V會最大。試回答下列問題:



1. 令圓錐形帽子 Ω 的高為 h，底圓半徑為 r，則 h 與 r 的關係式為下列何者?
(1) $h+r=10\sqrt{3}$ (2) $h-r=10\sqrt{3}$ (3) $h^2+r^2=10\sqrt{3}$ (4) $h^2+r^2=300$ (5) $h^2-r^2=300$

2.若用 h 表示圓錐形帽子的體積 $V(h)$，則 $V(h)$ 為為下列何者?
(1) $\pi(300h-h^3)$ (2) $\pi(h^3-300h)$ (3) $\frac{1}{3}\pi(300h^2-h^3)$ (4) $\frac{1}{3}\pi(300h-h^3)$ (5) $\frac{1}{3}\pi(h^3-300h^2)$

3.試求圓錐形帽子的體積 $V(h)$ 的最大值。

4.當圓錐形帽子的體積 $V(h)$ 有最大值時，割去的扇形AOB其圓心角 θ 為何?

國立臺東高級中學111學年度第一學期第2次期中考高三數學科試題

適用班級：301~303，308　　　　班級：3-___ 座號：___ 姓名：________

1　**填充題：(配分如表)**

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
得分	8	16	24	32	40	46	52	56	60	63	66	69	72	75	78	81	84	87	90	92

(1)	(2)	(3)	(4)
(5)	(6)	(7)	(8)
(9)	(10)	(11)	(12)
(13)	(14)	(15)	(16)
(17)	(18)	(19)	(20)

3　**混合題(每小題2分，共8分)**

1		2	
3		4	

國立臺東高級中學111學年度第一學期第2次期中考高三數學科試題

適用班級：301~303，308　　　　　　班級：3-___ 座號：___ 姓名：________

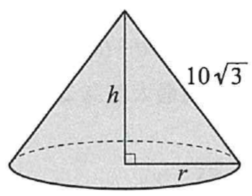
一、填充題：(配分如表)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
得分	8	16	24	32	40	46	52	56	60	63	66	69	72	75	78	81	84	87	90	92

(1)	(2)	(3)	(4)
0	$2x-2$	$\frac{-2}{x^3}$	3
(5)	(6)	(7)	(8)
$\frac{-1}{8}$	-10	6	$y=9x-1$
(9)	(10)	(11)	(12)
$y=3x$	$(2,4)$	$y=12x+16$	$f(x)=-(x-1)(x-2)^2$
(13)	(14)	(15)	(16)
$y=x+1$ 與 $y=5x-3$	$(0,3)$ $(2,-11)$	4	3
(17)	(18)	(19)	(20)
-256	$f(x)=4x^3-52x^2+160x$ $(0<x<5)$	144	$(2,6)$

4　**混合題(每小題2分，共8分)**

$h^2+r^2=(10\sqrt{3})^2=300$，故選(4)



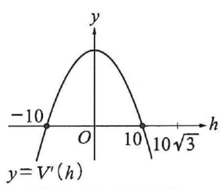
$$V(h)=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi(300-h^2)h$$
$$=\frac{1}{3}\pi(300h-h^3)(\text{立方公分})$$

故選(4)。

$V(h)=\frac{1}{3}\pi(300h-h^3)$，$0<h<10\sqrt{3}$

$V'(h)=\frac{1}{3}\pi(300-3h^2)=\pi(100-h^2)$

令 $V'(h)=0\Rightarrow h^2=100\Rightarrow h=10$

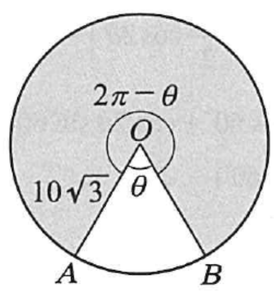


h	0　　10　　$10\sqrt{3}$	
$V'(h)$	+	−
增減	↗	↘

當 $h=10$ 時，$V(h)$ 有最大值

$V(10)=\frac{1}{3}\pi(300\times10-10^3)=\frac{2000\pi}{3}$(立方公分)。

將 $h=10$ 代入 $h^2+r^2=300\Rightarrow r=10\sqrt{2}$



扇形 AOB 的弧長為 $2\pi\times10\sqrt{2}=10\sqrt{3}\times(2\pi-\theta)$

$\Rightarrow\theta=\left(2-\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)\pi$。