

國立臺東高級中學 111 學年度第二學期第一次期中考高一數學科題目卷

適用班級：101~108 ■ 答案卷 高一 _____ 班 姓名：_____ 座號：_____ 112.03.28

一、單選題(每題 5 分，共 15 分)

_____ 1. 對於所有的正整數 n , $8^n + 6$ 恆為下列哪一數的倍數？

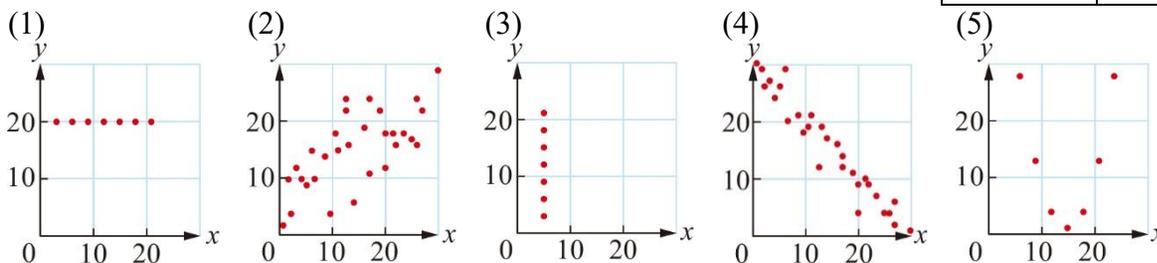
- (1) 3 (2) 5 (3) 14 (4) 17 (5) 21

_____ 2. 五組數據資料如右表，哪一組資料的標準差最大？

- (1) 第一組 (2) 第二組 (3) 第三組 (4) 第四組 (5) 第五組

_____ 3. 下列哪一個選項兩變數相關程度最高？

第一組	1, 1, 1, 6, 6, 6
第二組	2, 2, 2, 5, 5, 5
第三組	3, 3, 3, 4, 4, 4
第四組	5, 5, 5, 6, 6, 6
第五組	1, 2, 3, 4, 5, 6



二、多重選擇題(每題 5 分，共 15 分；錯 1 個選項扣 2 分，扣至 0 分為止。)

_____ 1. 已知 $\langle a_n \rangle$ 為等差數列， $\langle b_n \rangle$ 為等比數列，且 $b_5 b_6 < 0$ ，試選出正確的選項。

- (1) 若 $b_5 < b_6$ 且 $b_6 < a_6$ ，則 $b_5 < a_5$ (2) 若 $a_{10} < a_9$ ，則 $a_{100} < 0$
 (3) 若 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{51} < 0$ ，則 $a_{26} < 0$ (4) $(b_6)^{11} = b_1 \cdot b_2 \cdot b_3 \dots b_{11}$ (5) $\left(\frac{b_{10}}{b_1}\right)^{10} = \frac{b_{100}}{b_{10}}$

_____ 2. 給定 n 筆二維數據 $(x_i, y_i), i=1, 2, \dots, n$ 。此兩變數 x 與 y 的相關係數為 r ，試選出正確的選項。

- (1) $|r| \leq 1$ (2) 若 $y_i = -0.8x_i + 4$ ，則相關係數 $r = -0.8$ (3) $(2x_i + 4, 10y_i + 20)$ 的相關係數為 $5r$
 (4) n 組二維數據 $(2x_i + 4, 10y_i + 20)$ 的最適直線的斜率為 n 組二維數據 (x_i, y_i) 的 5 倍
 (5) 相關係數 r 的絕對值越大，表示 x 與 y 相關程度越高

_____ 3. 設有 10 組二維數據 (x_i, y_i) ， $\mu_x = 5$ ， $\mu_y = 4$ ，相關係數 $r = 0.2$ ，且 y 對 x 的最適直線過 $(0, 2)$ ，試選出正確的選項。

- (1) 最適直線的斜率為 $\frac{1}{5}$ (2) 10 組數據必包含 $(10, 6)$ (3) 最適直線不通過第四象限
 (4) X 的標準差小於 Y 的標準差 (5) 最適直線方程式為 $y = \frac{2}{5}x + 2$

三、填充題(配分如表格)

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
得分	7	14	21	26	31	36	40	42	46	49	52	55

1. 數列 $\left\langle \frac{2n^2}{3n-5} \right\rangle$ 的第 10 項為_____。

2. 等差數列 $\langle a_n \rangle$ 中，已知 $a_1 + a_3 + a_5 = -6$ ， $a_2 + a_4 + a_6 = 15$ ，則 $a_{11} =$ _____。

3. 等比數列 $\langle a_n \rangle$ 中，已知 $a_7 = 4$ ， $a_{11} = 324$ ，則公比為_____。

4. 等比級數 $3 - 6 + 12 + \dots + 3 \times (-2)^{10} =$ _____。

5. 數列 $\langle a_n \rangle$ 的遞迴式為 $\begin{cases} a_1 = 6, \\ a_n = a_{n-1} + 4, n \geq 2 \end{cases}$ ，則 $\langle a_n \rangle$ 的前 20 項和為_____。

6. 音樂課的歌唱測驗後，由 1 分至 10 計分，音樂老師將全班 30 人的成績做了統計表如右，則第 80 百分位數為_____分。

成績(分)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
人數	1	1	2	3	5	6	8	3	1	0

7. 小雋期中考，全班的數學成績的算術平均數是 85 分，標準差 5 分；英文成績的算術平均數是 80 分，標準差 5 分；小雋考試的數學成績標準化後比英文成績標準化後多 2，則小雋的未標準化前的數學成績比未標準化前的英文成績多_____分。

8. 中央畜產會 2 月份的統計資料顯示 2022 年、2023 年雞蛋的價格較前一年同期分別上漲 44%、69%，則這兩年雞蛋價格平均上漲_____。

9. 數學老師在段考後，計算出全班 36 人的數學成績平均為 80 分，標準差為 $\sqrt{140}$ 分。小明拿到考卷後，發現老師將他的成績 91 分登記成 19 分，找老師更正完畢後，重新計算出全班的平均為 x 分，標準差為 y 分，則(1) $x =$ _____；(2) $y =$ _____。

10. 設 S_n 表示數列 $\langle a_n \rangle$ 前 n 項的和，即 $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ 。若 $a_4 = 6$ 且 $a_{n+1} = 3S_n$ ，則 $a_6 =$ _____。

11. 小乖某天閒來無事，隨手寫出一些等式，如右圖。小乖將等式右方的數字一一列出，發現這列數字隱藏一些規律，並製造數列 $\langle a_n \rangle$ 如下，

$1+2=3$ $4+5+6=7+8$ $9+10+11+12=13+14+15$ $16+17+18+19+20=21+22+23+24$ \vdots

$\langle a_n \rangle$: 3, 7, 8, 13, 14, 15, 21, 22, ...，則 $a_{100} =$ _____。

四、混合題(共 15 分) *須列出詳細的計算過程，才予計分。

1. (1) 利用數學歸納法證明： $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ ，對所有正整數 n 均成立。(8 分)

(2) 若 $\langle a_n \rangle$ 為等差數列，且公差為正，則下列哪一項為 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{25}$ 的中位數？(2 分)

- (1) a_{11} (2) a_{12} (3) a_{13} (4) a_{14} (5) a_{15}

(3) 已知數列： $a_1 + 1, a_2 + 4, a_3 + 9, \dots, a_{25} + 625$ 的和為 5750，若 $\langle a_n \rangle$ 為等差數列，則

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_{25}$ 的中位數為何？(5 分)

參考公式

1. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，算術平均數 $\mu_x = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ ，

標準差 $\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \mu)^2 + (x_2 - \mu)^2 + \dots + (x_n - \mu)^2]} = \sqrt{\frac{1}{n}(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) - \mu_x^2}$

2. 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，且 x 與 y 的平均數分別為 μ_x, μ_y ，標準差分別為 σ_x, σ_y ，則：

(i) X 與 Y 的相關係數 $r = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx}}\sqrt{S_{yy}}}$ ；(ii) 迴歸直線(最適合直線)方程式為 $y - \mu_y = r \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x - \mu_x)$ ，

其中 $S_{xx} = (x_1 - \mu_x)^2 + (x_2 - \mu_x)^2 + \dots + (x_n - \mu_x)^2$ ， $S_{yy} = (y_1 - \mu_y)^2 + (y_2 - \mu_y)^2 + \dots + (y_n - \mu_y)^2$ ，

$S_{xy} = (x_1 - \mu_x)(y_1 - \mu_y) + (x_2 - \mu_x)(y_2 - \mu_y) + \dots + (x_n - \mu_x)(y_n - \mu_y)$



取自作家 蟲蟲 臉書

國立臺東高級中學 111 學年度第二學期第一次期中考高一數學科答案卷

適用班級：101~108 ■答案卷

高一_____班 姓名：_____ 座號：_____ 112.03.28

一、單選題(每題 5 分，共 15 分)

1	2	3

二、多重選擇題(每題 5 分，共 15 分；錯 1 個選項扣 2 分，扣至 0 分為止。)

1	2	3

三、填充題 (55 分，配分如表格)

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
得分	7	14	21	26	31	36	40	42	46	49	52	55

1	2	3	4
5	6	7	8
9.(1)	9.(2)	10	11

四、混和題(共 15 分) *須列出詳細的計算過程，才予計分。

1. (1)(8 分)	(2)(單選題) (2 分) 答：_____。 (3) (5 分)
-------------	--

一、單選題(每題 5 分，共 15 分)

1	2	3

二、多重選擇題(每題 5 分，共 15 分；錯 1 個選項扣 2 分，扣至 0 分為止。)

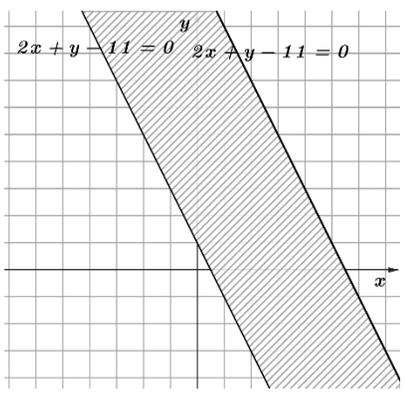
1	2	3

三、填充題(55 分，配分如表格)

答對 題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
得分	8	16	24	30	36	42	46	49	52	55	58	60

4	27	$y-4=7(x-2)$	-1
$(x-2)^2+(y+5)^2=37$	$\sqrt{17}$	3	$3x-y-23=0$ $(y-1=3(x-8))$
$m \geq \frac{3}{4}$ or $m \leq -\frac{3}{4}$	$2\sqrt{2}$	(3,-2)	$(x-3)^2+(y+5)^2=30$

四、混合題(共 10 分)*須列出詳細的計算過程，才予計分。

<p>(1)</p> 	<p>(3)</p> <p>計算出正方形的邊長=$2\sqrt{5}$(即 $\overline{AD} \cdot \overline{BC}$ 的距離)(1 分)</p> <p>$\overline{CD}: x-2y-3=0$(1 分)</p> <p>答：$\begin{cases} 2x+y-11 \leq 0 \\ 2x+y-1 \geq 0 \\ x-2y+7 \geq 0 \\ x-2y-3 \leq 0 \end{cases}$ (1 分)</p>
<p>(2)</p> <p>令 $\overline{AB}: x-2y+k=0$ (1 分)</p> <p>因 P 在 \overline{AB} 上，得 $k=7$</p> <p>故 $\overline{AB}: x-2y+7=0$ (1 分)</p>	<p>(4)</p> <p>圓心(2,2) (1 分)</p> <p>$r=\sqrt{5}$ (1 分)</p> <p>圓方程式為 $(x-2)^2+(y-2)^2=5$</p>