

國立臺東高級中學 112 學年度第一學期期末考高二數學 A 題目卷

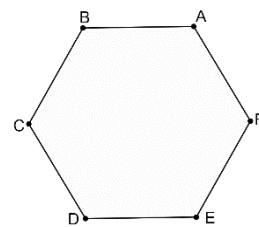
適用班級：201~205、208 ■答案卷

高二_____班 姓名：_____ 座號：_____ 113.01.19

一、單選題(每題 5 分，共 15 分)

_____1. 如圖所示，將正六邊形 $ABCDEF$ 的六個邊賦予方向，共可得到幾個不同的向量？

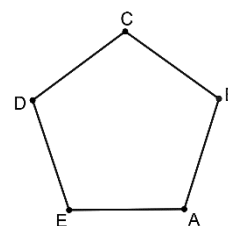
- (1) 3 (2) 6 (3) 9 (4) 12 (5) 15



_____2. 如圖所示，正五邊形 $ABCDE$ 中，試問下列選項中，哪一個向量與

$\overrightarrow{AE}$ 的內積最大？

- (1) $\overrightarrow{AE}$ (2) $\overrightarrow{AD}$ (3) $\overrightarrow{AC}$ (4) $\overrightarrow{BC}$ (5) $\overrightarrow{AB}$



_____3. 已知行列式 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = k$ ，則下列哪一個選項為 $\begin{vmatrix} 5a & 5b \\ 5c & 5d \end{vmatrix}$ 的值。

- (1) k (2) $5k$ (3) $25k$ (4) $125k$ (5) $625k$

二、多重選擇題(每題 5 分，共 15 分；錯 1 個選項扣 2 分，扣至 0 分為止。)

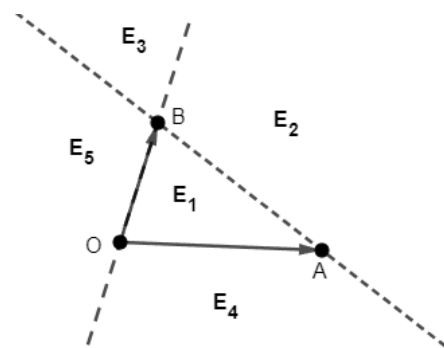
_____1. 若 $\overrightarrow{a}$ 、 $\overrightarrow{b}$ 、 $\overrightarrow{c}$ 皆不為 $\overrightarrow{0}$ ， r 為任意實數，試問下列哪些敘述是正確的？

- (1) $r\overrightarrow{a}$ 的大小為 $r|\overrightarrow{a}|$
 (2) 若 $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = \overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{c}$ ，則 $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{c}$
 (3) $\overrightarrow{a} \cdot (\overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}) = \overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} + \overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{c}$
 (4) $|\overrightarrow{a}| + |\overrightarrow{b}| > |\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}|$
 (5) $|\overrightarrow{a}| \cdot |\overrightarrow{b}| \geq |\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}|$

_____2. 已知 $\overrightarrow{a} = (2, 1)$ ， $\overrightarrow{b} = (5, 8)$ ， $\overrightarrow{c} = (4, 13)$ ， x, y 為實數，且 $\overrightarrow{c} = x\overrightarrow{a} + y\overrightarrow{b}$ ，試問下列敘述哪些是正確的？

- (1) $x \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 13 \end{bmatrix}$
 (2) $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 5x + 8y = 13 \end{cases}$
 (3) $(x, y) = (3, 2)$
 (4) 由 $\overrightarrow{a}$ 、 $\overrightarrow{b}$ 所張成的平行四邊形面積為 11
 (5) $(x, y) = \left(\frac{\overrightarrow{c} \cdot \overrightarrow{b} \text{ 所張成的平行四邊形面積}}{\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} \text{ 所張成的平行四邊形面積}}, \frac{\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{c} \text{ 所張成的平行四邊形面積}}{\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} \text{ 所張成的平行四邊形面積}} \right)$

3. 如右圖，設 A 、 B 、 C 是平面上相異三點， O 為平面上任意一點，區域 E_1 、 E_2 、 E_3 、 E_4 、 E_5 不包含邊界，試問下列敘述哪些是正確的？



- (1) 若 $\overrightarrow{OC} = \frac{2}{5}\overrightarrow{OA} + \frac{3}{5}\overrightarrow{OB}$ ，則 C 在直線 $\overleftrightarrow{AB}$ 上。
- (2) 若 $\overrightarrow{OC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OB}$ ，則 C 在區域 E_1 。
- (3) 若 $\overrightarrow{OC} = 2024\overrightarrow{OA} - 2023\overrightarrow{OB}$ ，則 C 在區域 E_4 。
- (4) 若 $\overrightarrow{OC} = \alpha\overrightarrow{OA} + \beta\overrightarrow{OB}$ ，且 C 在區域 E_2 ，則 $\alpha > 1$ 且 $\beta > 1$ 。
- (5) 若 $\overrightarrow{OC} = \alpha\overrightarrow{OA} + \beta\overrightarrow{OB}$ ，若 $\alpha\beta < 0$ ，則 C 在區域 E_3 或 E_5 。

三、填充題：

配分如表格，共 62 分

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
得分	8	16	24	30	36	42	48	54	56	58	60	62	64

1. 給定平面上兩點 $A(1,3)$ ， $B(4,9)$ ，則向量 $\overrightarrow{AB} =$ _____。
2. 已知 $\overrightarrow{a} = (4,9)$ ， $\overrightarrow{b} = (1,3)$ ，則(1) $2\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b} =$ _____；(2) $|\overrightarrow{a}| =$ _____；(3) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} =$ _____。
3. 已知 $\overrightarrow{a} = (2,3)$ ， $\overrightarrow{b} = (k,-6)$ 且 $\overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{b}$ ，則 $k =$ _____。
4. 求行列式的值： $\begin{vmatrix} 9 & 4 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} =$ _____。
5. 已知 $\triangle ABC$ 為等腰三角形， $\overline{AB} = \overline{AC} = 5$ ， $\overline{BC} = 6$ ，則 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} =$ _____。
6. 給定平面上兩點 $A(1,3)$ ， $B(4,9)$ ， $\overline{AP} : \overline{BP} = 5:2$ ，且 P 在 $\overleftrightarrow{AB}$ 上但不在 $\overline{AB}$ 上，則 P 坐標為 _____。
7. 設實數 x, y 滿足 $2x - 3y - 26 = 0$ ，則 $x^2 + y^2$ 的最小值為 _____。
8. 已知 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{AC} = 4$ ，直線 $\overleftrightarrow{AD}$ 為 $\angle A$ 的角平分線交 $\overline{BC}$ 於 D ， E 為 $\overline{AC}$ 上一點，且 $\overline{AE} : \overline{EC} = 3:1$ ，直線 $\overleftrightarrow{BE}$ 交直線 $\overleftrightarrow{AD}$ 於 F ，求：
 - (1) 若 $\overrightarrow{DE} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ，則 $(x, y) =$ _____；
 - (2) 令 $\triangle ABF$ 面積為 A ， $\triangle ABC$ 的面積為 B ，則 $A : B =$ _____。
9. 設 $\overrightarrow{a} = (-3,4)$ ， $\overrightarrow{a}$ 在 $\overrightarrow{b}$ 上的正射影長為 $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ ， $\overrightarrow{b}$ 在 x 軸上的正射影為 $(2,0)$ ，且 $|\overrightarrow{b}| > 10$ ，則 $\overrightarrow{b} =$ _____。
10. 坐標平面上點 $P(0,1)$ 及圓 $C: (x-1)^2 + (y+2)^2 = 8$ ，已知通過 P 與圓 C 相切的一直線 L ，其法向量為 $\overrightarrow{n_L} = (1,7)$ ，若通過 P 與圓 C 相切的另一直線為 Q ，且 Q 與圓 C 相切於 B ，則 $\overrightarrow{PB} =$ _____。

四、計算題 (共 6 分) *本題採部分給分，但未利用規定之方法書寫計算過程，整題不予計分。

若 $\begin{cases} ax + by = e \\ cx + dy = f \end{cases}$ 之解為 $(x, y) = (10, 5)$ ，利用 **克拉瑪公式** 求 $\begin{cases} 2bx - 5ay = 3e + 10a \\ 2dx - 5cy = 3f + 10c \end{cases}$ 之解 (x, y) 。

國立臺東高級中學 112 學年度第一學期期末考高二數學 A 答案卷

適用班級：201~205、208 高二_____班 姓名：_____ 座號：_____ 113.01.19

一、單選題(每題 5 分，共 15 分)

1	2	3

二、多重選擇題(每題 5 分，共 15 分；錯 1 個選項扣 2 分，扣至 0 分為止。)

1	2	3

三、填充題 (62 分，配分如表格)

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
得分	8	16	24	30	36	42	48	54	56	58	60	62	64

1.	2.(1)	2.(2)	2.(3)	3.
4.	5.	6.	7.	8.(1)
8.(2)	9.	10.		

四、計算題(共 6 分) *本題採部分給分，但未利用規定之方法書寫計算過程，整題不予計分。

若 $\begin{cases} ax+by=e \\ cx+dy=f \end{cases}$ 之解為 $(x,y)=(10,5)$ ，利用克拉瑪公式求 $\begin{cases} 2bx-5ay=3e+10a \\ 2dx-5cy=3f+10c \end{cases}$ 之解 (x,y) 。

國立臺東高級中學 112 學年度第一學期期末考高二數學 A 參考答案

適用班級：201~205、208 高二_____班 姓名：_____ 座號：_____ 113.01.19

一、單選題(每題 5 分，共 15 分)

1	2	3
2	2	3

二、多重選擇題(每題 5 分，共 15 分；錯 1 個選項扣 2 分，扣至 0 分為止。)

1	2	3
35	14	12

三、填充題 (60 分，配分如表格)

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
得分	8	16	24	30	36	42	48	54	56	58	60	62

1.	2.(1)	2.(2)	2.(3)	3.
(3, 6)	(7, 15)	$\sqrt{97}$	31	9
4.	5.	6.	7.	8.(1)
6	-18	(6, 13)	52	$(-\frac{1}{3}, \frac{1}{12})$
8.(2)	9.	10.		
6 : 11	(2, 14)	(-1, -1)		

四、計算題(共 6 分) *本題採部分給分，但未利用規定之方法書寫計算過程，整題不予計分。

若 $\begin{cases} ax + by = e \\ cx + dy = f \end{cases}$ 之解為 $(x, y) = (10, 5)$ ，利用克拉瑪公式求 $\begin{cases} 2bx - 5ay = 3e + 10a \\ 2dx - 5cy = 3f + 10c \end{cases}$ 之解 (x, y) 。

答： $(x, y) = (-\frac{15}{2}, -8)$

(1) $\Delta, \Delta_x, \Delta_y, \Delta', \Delta'_x, \Delta'_y$ 樣子寫對，給 1 分。

(2) $\Delta' = 10\Delta$ (1 分)， $\Delta'_x = -15\Delta_y$ (1 分)， $\Delta'_y = -6\Delta'_x - 20\Delta$ (1 分)

(3) x, y 各 1 分