

國立臺東高級中學 113 學年度第一學期期末考高二數學 A 題目卷

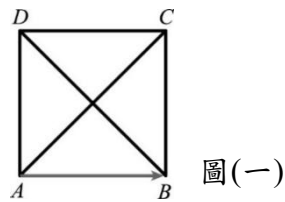
適用班級：201~205、208 ■答案卷

高二_____班 姓名：_____ 座號：_____ 114.01.16

一、填充題：共 84 分，配分如表格。

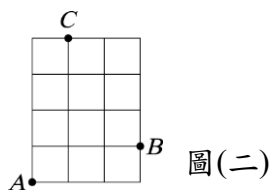
答對 題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
得分	8	16	24	32	38	44	49	53	57	60	63	65	67	69	71	73	75	77	79	81	84

1. 給定平面上三點 $A(4,9)$ ， $B(2024,2025)$ ， $C(7,11)$ ，則 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} =$ _____。
2. 設 $A(2,-5)$ ， $B(-1,3)$ ， $C(11,9)$ 為坐標平面上的三點，若四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形，則 D 點的坐標為_____。
3. 已知 $|\overrightarrow{a}|=2$ ， $|\overrightarrow{b}|=3$ ，且 $\overrightarrow{a}$ 和 $\overrightarrow{b}$ 的夾角為 60° ，則 $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} =$ _____。
4. 已知 $\overrightarrow{a}=(4,9)$ ， $\overrightarrow{b}=(2,3)$ ，則 $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} =$ _____。
5. 已知 $\overrightarrow{a}=(9,4)$ ， $\overrightarrow{b}=(2,3)$ ，則 $\overrightarrow{a}$ 、 $\overrightarrow{b}$ 所展開的平行四邊形面積為_____。
6. 已知 $\overrightarrow{a}=(3,2)$ ， $\overrightarrow{b}=(x,4)$ ， $\overrightarrow{c}=(-2,y)$ ，若 $\overrightarrow{a} \parallel \overrightarrow{b}$ 且 $\overrightarrow{a} \perp \overrightarrow{c}$ ，則 $x+y=$ _____。
7. 已知 $\overrightarrow{a}=(16,11)$ ， $\overrightarrow{b}=(2,3)$ ，則 $\overrightarrow{a}$ 在 $\overrightarrow{b}$ 上的正射影為_____。
8. 已知 $\overrightarrow{a}=(4,9)$ ， $\overrightarrow{b}=(2,3)$ ，若 $\overrightarrow{x} + \overrightarrow{y} = \overrightarrow{a}$ 且 $\overrightarrow{x} - \overrightarrow{y} = \overrightarrow{b}$ ，則 $\overrightarrow{x} =$ _____。
9. 如圖(一)， $ABCD$ 為正方形，邊長為 6，則 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD}$ 之值_____。



圖(一)

10. 如圖(二)，每一小格均為邊長為 1 的正方形，則 $\cos \angle ACB =$ _____。



圖(二)

11. 求行列式的值：(1) $\begin{vmatrix} 3 & 9 \\ 6 & 12 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$ ；(2) $\begin{vmatrix} 4055 & 2025 \\ 4050 & 2024 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

12. $A(-1, 5)$ 、 $B(1, 8)$ 、 $C(2, -2)$ ，若 $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ，且 $-1 \leq x \leq 1$ ， $2 \leq y \leq 7$ ，試求 P 點所在的區域面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

13. 設 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 5$ ， $\begin{vmatrix} a & b \\ u & v \end{vmatrix} = 2$ ，則 $\begin{vmatrix} 3a & 3b \\ c+u & d+v \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

14. 設實數 x, y 滿足 $x^2 + y^2 = 13$ ，則 $2x - 3y$ 的最小值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

15. 已知 $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = 3$ ， $\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} = 2$ ， $\begin{vmatrix} c_1 & a_1 \\ c_2 & a_2 \end{vmatrix} = 5$ ，求聯立方程式 $\begin{cases} 2b_1x + 3a_1y = 36c_1 \\ 2b_2x + 3a_2y = 36c_2 \end{cases}$ 的解 $(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

16. 設 $|\overrightarrow{a}| = 2$ ， $|\overrightarrow{b}| = 3$ ， $|\overrightarrow{c}| = \sqrt{6}$ ，且 $3\overrightarrow{a} + 2\overrightarrow{b} + \overrightarrow{c} = \overrightarrow{0}$ ，則 $|\overrightarrow{a} + 2\overrightarrow{b}| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

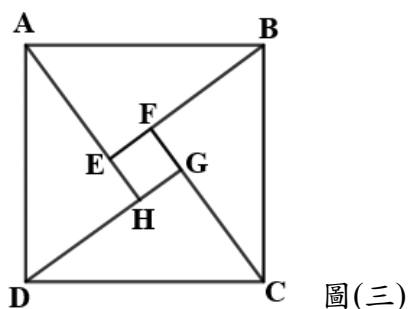
17. $\triangle ABC$ 中，已知 $\overrightarrow{AP} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$ ，且直線 $\overline{AP}$ 交 $\overline{BC}$ 於 D ，若 $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ，則 $(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

18. 坐標平面上，有任意兩向量 $\overrightarrow{a}$ 、 $\overrightarrow{b}$ ，已知 $\overrightarrow{a} = (2, 1)$ ， $|\overrightarrow{b}| = 5$ ，且 $|\overrightarrow{a}| + |\overrightarrow{b}| = |\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}|$ ，則 $\overrightarrow{b} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

19. 坐標平面上，已知圓 C 的圓心 C 在直線 L 上，若有另兩相異直線 L_1 、 L_2 均與圓 C 相切，且 L_1 、 L_2 、 L 同時交於一點 P 。若直線 L_1 的斜率為 $\frac{4}{3}$ ，且 $\overrightarrow{PC}$ 平行向量 $(2, 1)$ ，則直線 L_2 的斜率為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

20. 如圖(三)，大正方形 $ABCD$ 由四個全等的直角三角形與一個小正方形 $EFGH$ 所拼成，其中 $\overline{AE} = 3$ ，

$\overline{AB} = 5$ ，若 $\overrightarrow{AH} = x\overrightarrow{AD} + y\overrightarrow{AB}$ ，則 $(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



圖(三)

二、多重選擇題(每題 5 分，共 10 分；錯 1 個選項得 3 分，錯 2 個選項得 1 分，其餘 0 分。)

_____1. 若 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 皆不為 $\vec{0}$ ，下列哪些選項中的條件可以得到 $\vec{a} \perp \vec{b}$ 。

(1) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

(2) $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$

(3) $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 0$

(4) $|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| = |\vec{a} \cdot \vec{b}|$

(5) $|\vec{a} - \vec{b}| = |\sqrt{2}\vec{a}| = |\sqrt{2}\vec{b}|$

_____2. 設 $\triangle ABC$ 三邊長為 $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 7$ ， $\overline{AC} = 8$

(1) $\angle A = 30^\circ$

(2) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 20$

(3) $\overrightarrow{AC}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 上的正射影長為 4

(4) 若 $\overrightarrow{AB} = (-4, 3)$ ，已知 $\overrightarrow{AC}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 上的正射影為 $\overrightarrow{AD}$ ，且 $A(\frac{1}{5}, \frac{3}{5})$ ，則 D 點坐標為 $(-3, 3)$

(5) 若 E 在 $\overline{BC}$ 上，且 $\overline{AE}$ 為 $\angle BAC$ 的角平分線，則 $\overrightarrow{AE} = \frac{5}{13}\overrightarrow{AB} + \frac{8}{13}\overrightarrow{AC}$

三、非選擇題(6 分，請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。)

設 k 為實數，若二元一次方程組 $\begin{cases} (k+1)x + y = 5 \\ (5k-7)x + (k-1)y = 10 \end{cases}$ ，試就下列方程組解的情形討論 k 值。

(1) (2 分) 方程組有唯一解，求 k 的範圍和方程組的解(以 k 表示)。

(2) (2 分) 方程組有無限多組解，求 k 的範圍。

(3) (2 分) 方程組無解，求 k 的範圍。

國立臺東高級中學 113 學年度第一學期期末考高二數學 A 參考答案

適用班級：201~205、208 高二_____班 姓名：_____ 座號：_____ 114.01.16

一、 填充題 (84 分，配分如表格)

答對 題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
得分	8	16	24	32	38	44	49	53	57	60	63	65	67	69	71	73	75	77	79	81	84

1.	2.	3.	4.	5.	6.
(3,2)	(14,1)	3	35	19	9
7.	8.	9.	10.	11.(1)	11.(2)
(10,15)	(3,6)	-36	$\frac{10}{\sqrt{221}}$	-18	6070
12.	13.	14.	15.	16.	17.
230	21	-13	(-30,-8)	$3\sqrt{2}$	$(\frac{2}{3}, \frac{1}{3})$
18.	19.	20.			
$(2\sqrt{5}, \sqrt{5})$	0	$(\frac{16}{25}, \frac{12}{25})$			

二、 多重選擇題(每題 5 分，共 10 分；錯 1 個選項得 3 分，錯 2 個選項得 1 分，其餘 0 分。)

1	2
125	234

三、 非選擇題(6 分，請由左而右橫式書寫,作答時必須寫出計算過程或理由,否則將酌予扣分。)

$\Delta = (k-2)(k-3)$ $\Delta_x = 5(k-3)$ $\Delta_y = -15(k-3)$ (1) 方程組有唯一解時， $k \neq 2, 3$ ，(1 分) 解為 $(x, y) = (\frac{5}{k-2}, \frac{-15}{k-2})$ (1 分)。 (2) 方程組有無限多組解時， $\Delta = \Delta_x = \Delta_y = 0$ (1 分)， $k = 3$ (1 分)。 (3) 方程組有無解時， $\Delta = 0$ ， $\Delta_x \neq 0$ ， $\Delta_y \neq 0$ (1 分)， $k = 2$ (1 分)。
--