

國立臺東高級中學 113 學年度第一學期第一次期中考高三數學甲題目卷

適用班級：301~303、308 ■答案卷

高三_____班 姓名：_____ 座號：_____ 113.10.08

一、多重選擇題(每題 5 分，共 15 分；錯 1 個選項扣 2 分，扣至 0 分為止。)

_____1. 下列數列中，有哪些數列收斂？

(1) $\langle \sin n\pi \rangle$ (2) $\left\langle \frac{1008}{n^2} \right\rangle$ (3) $\langle 1008 \rangle$ (4) $\langle (-1.008)^n \rangle$ (5) $\left\langle \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \right\rangle$

_____2. 選出正確的敘述。

(1) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 3x + 4}}$ 的定義域為 $\mathbb{R}$

(2) $g(x) = \sqrt{x^2 - 9}$ 的定義域為 $\{x \mid x \in \mathbb{R}, x \geq 3\}$

(3) $h(x) = [x]$ 的定義域為所有整數

(4) $k(x) = e^x$ 的為偶函數

(5) $p(x) = \sin x$ 為奇函數

_____3. 已知函數 $f(x)$ 的圖形如圖，選出正確的敘述。

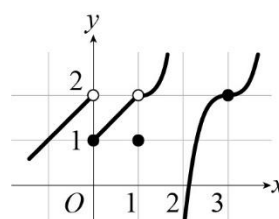
(1) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0)$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

(3) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$

(4) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ ，故 $f(x)$ 在 $x=1$ 連續。

(5) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3)$ ，故 $f(x)$ 在 $x=3$ 連續。



三、填充題：配分如表格，共 80 分

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
得分	8	16	24	30	36	42	47	52	57	60	62	64	66	68	70	72	74	76	78	80

1. 已知數列 $\langle a_n \rangle$ ： $\frac{4}{3}$ ， $\frac{10}{5}$ ， $\frac{28}{7}$ ， $\frac{82}{9}$ ，……則一般項 $a_n =$ _____。

2. 計算下列各式之值：

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(7 + \frac{3}{n} - \frac{5}{n^3} \right) =$ _____；

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^{n+2} + 7^{n-1}}{5^{n-1} + 7^{n-3}} =$ _____；

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{8}{n} \right)^n =$ _____；

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{2 \times 5} + \frac{1}{3 \times 6} + \frac{1}{4 \times 7} + \dots + \frac{1}{n(n+3)} \right) =$ _____；

$$(5) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2+4+6+\cdots+2n}{1+3+5+\cdots+(2n-1)} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(6) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\cdots+\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}}{1-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\cdots+\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}\pi} \sin x = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow 0} 10 = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(9) \text{設函數 } f(x) = [x], \quad \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(10) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+7}{x^2-x+4} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(11) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-8x+7}{x^2-5x+4} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

3. 試求下列各級數的和：

$$(1) \sum_{k=10}^{59} (5k-2) = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(2) \sum_{k=21}^{50} k^2(k-3) = \underline{\hspace{2cm}};$$

4. 函數 $f(x) = x^2 + 6x + 3$, $-4 \leq x \leq 0$ 的值域為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

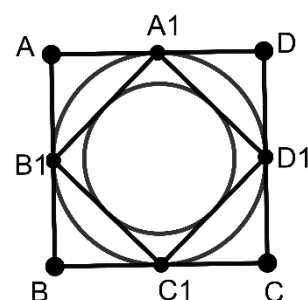
5. 若函數 $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = [x]$, 則 $(g \circ f)(40) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6. 試求的 $f(x) = \frac{1}{2}x - 5$ 反函數為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 已知 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 + x + a}{x-3}$ 存在, 則此極限的值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

8. 若 a 為實數, 且 $f(x) = \begin{cases} x+5, & x \geq 1 \\ x^2+2x+a, & x < 1 \end{cases}$ 是連續函數, 則 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9. 如右圖, $ABCD$ 是一個邊長為 6 的正方形。在正方形內部做內切圓 P_1 , 內切圓與各邊的切點為 A_1, B_1, C_1, D_1 , 得一正方形 $A_1B_1C_1D_1$, 接著在正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 再做一個內切圓 P_2 。重複這樣的步驟會得到無窮多個圓, 則所有圓面積的總和為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



三、計算題 (共 5 分) 請詳細列出計算過程, 只有答案者, 整題不予計分。

已知對任意實數 x , 函數 $f(x)$ 滿足 $x^2 - \frac{x^4}{2} \leq f(x) \leq x^2$, 試求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2}$ 的值。

國立臺東高級中學 113 學年度第一學期第一次期中考高三數學甲答案卷

適用班級：301~303、308 高三_____班 姓名：_____ 座號：_____ 113.10.08

一、多重選擇題(每題 5 分，共 15 分；錯 1 個選項扣 2 分，扣至 0 分為止。)

1	2	3

三、填充題 (80 分，配分如表格)

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
得分	8	16	24	30	36	42	47	52	57	60	62	64	66	68	70	72	74	76	78	80

1.	2.(1)	2.(2)	2.(3)	2.(4)
2.(5)	2.(6)	2.(7)	2.(8)	2.(9)
2.(10)	2.(11)	3.(1)	3.(2)	4.
5.	6.	7.	8.	9.

四、計算題(共 5 分) 計算題 (共 5 分) 請詳細列出計算過程，只有答案者，整題不予計分。

已知對任意實數 x ，函數 $f(x)$ 滿足 $x^2 - \frac{x^4}{2} \leq f(x) \leq x^2$ ，試求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2}$ 的值。

國立臺東高級中學 113 學年度第一學期第一次期中考高三數學甲參考答案

適用班級：301~303、308 高三_____班 姓名：_____ 座號：_____ 113.10.08

一、多重選擇題(每題 5 分，共 15 分；錯 1 個選項扣 2 分，扣至 0 分為止。)

1	2	3
1235	15	15

三、填充題 (80 分，配分如表格)

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
得分	8	16	24	30	36	42	47	52	57	60	62	64	66	68	70	72	74	76	78	80

1.	2.(1)	2.(2)	2.(3)	2.(4)
$\frac{3^n+1}{2n+1}$	7	49	e^8	$\frac{11}{18}$
2.(5)	2.(6)	2.(7)	2.(8)	2.(9)
1	$\frac{9}{4}$	-1	10	2
2.(10)	2.(11)	3.(1)	3.(2)	4.
2	2	8525	1461360	$\{y y \in R, -6 \leq y \leq 3\}$
5.	6.	7.	8.	9.
6	$y=2x+10$	13	3	18π

四、計算題(共 5 分) 計算題 (共 5 分) 請詳細列出計算過程，只有答案者，整題不予計分。

已知對任意實數 x ，函數 $f(x)$ 滿足 $x^2 - \frac{x^4}{2} \leq f(x) \leq x^2$ ，試求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2}$ 的值。

(解) 因 $x^2 - \frac{x^4}{2} \leq f(x) \leq x^2$ 且 $x^2 \geq 0$ (1 分)

在 $x \neq 0$ 時，得 $1 - \frac{x^2}{2} \leq \frac{f(x)}{x^2} \leq 1$ (1 分)

$\therefore \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \frac{x^2}{2}) = 1 = \lim_{x \rightarrow 0} 1$ (2 分)

由夾擠定理知 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2} = 1$ (1 分)