

國立臺東高級中學 113 學年度第一學期第 2 次期中考高三數學科試題

適用班級：301~303，308

班級： 3- 座號： 姓名：

一、 填充題(20 格，共 84 分，配分如表格)

答對 格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
得分	8	16	24	32	40	46	52	56	60	63	66	68	70	72	74	76	78	80	82	84

1. 試求下列導函數 $f'(x)$

(1) $f(x) = x$ ，則 $f'(x) =$ (1)。

(2) $f(x) = 3x^2 + x$ ，則 $f'(x) =$ (2)。

(3) $f(x) = \frac{1}{x}$ ，則 $f'(x) =$ (3)。

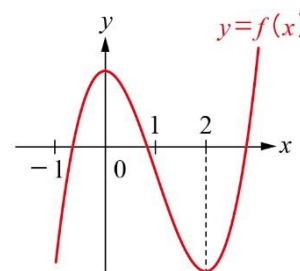
2. 試求下列函數在 $x=1$ 的導數

(1) $f(x) = 2$ ，則 $f'(1) =$ (4)。

(2) $f(x) = \frac{2x}{x^2+3}$ ，則 $f'(1) =$ (5)。

(3) $f(x) = (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 10)$ ，則 $f'(1) =$ (6)。

(4) $f(x) = \frac{(x-1)(x-2)(x-3)(x-5)}{(x-4)}$ ，則 $f'(1) =$ (7)。

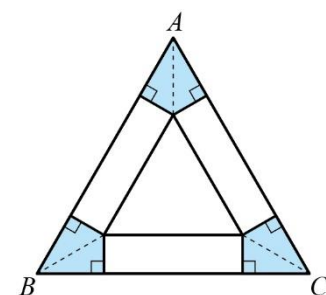
3. 如右圖，試比較 $f'(-1)$ 、 $f'(0)$ 、 $f'(1)$ 、 $f'(2)$ 各值的大小關係 (8)。

4. 已知函數 $f(x)$ 在 $x=3$ 處的導數 $f'(3) = -6$ ，試求 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3-h) - f(3)}{3h} =$ (9)。

5. 設實係數函數 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$ 在 $-1 \leq x \leq 3$ 時遞減，在 $x \leq -1$ 或 $x \geq 3$ 時遞增，試求 $(a, b) =$ (10)。

6. 已知多項式函數 $f(x)$ 的二階導函數為 $f''(x) = 6x - 4$ ，且 $f'(1) = 2$ ， $f(2) = -1$ ，試求函數 $f(x) =$ (11)。

7. 如右圖，有一邊長為 6 公分的正三角形鐵片，若要從三個角各截去相同形狀的四邊形，以便摺起而成一個無蓋的三角形容器，試問此容器的最大容積為 (12) 立方公分。

8. 已知與直線 $y = -9x + 2$ 平行，且與函數 $f(x) = x^3 - 12x + 3$ 圖形相切的直線有兩條，求此兩條平行直線的距離。 (13)。

9. 已知 $(-1, 2)$ 為三次函數 $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx$ 圖形的一個反曲點，求 $(a, b) =$ (14)。

10. 求函數 $f(x) = x^4 - 6x^2 + 5$ 的極大值 (15) 與極小值 (16)。

11. 令 $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + k$ ，已知 $f(x) = 0$ 有三個相異實根，求實數 k 範圍 (17)。

12. 已知三次函數 $f(x) = x^3 + 3kx^2 + 3(k+2)x + 5$ 有極值，求實數 k 的範圍 (18)。

13. 已知函數 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 在 $x = -2$ 處有極值，且 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 3$ ，求實數 $(a, b, c) =$ (19)。

14. 在坐標平面上，已知點 $A(3, 0)$ 及拋物線 $\Gamma: y = x^2$ ，設 $P(x, x^2)$ 為拋物線 Γ 上一點，則 $\overline{AP}$ 的最小值為 (20)。

二、 多選題（每一題全對得 5 分，只錯一個選項得 3 分，只錯二個選項得 1 分，錯三個選項或三個選項以上或沒作答得 0 分，共 10 分。）

() 1. 試問下列哪些函數在 $x = 0$ 處可微分？

(1) $f_1(x) = \frac{x^2}{x+1}$ (2) $f_2(x) = x|x|$ (3) $f_3(x) = |x|^3$ (4) $f_4(x) = \frac{|x|}{|x|-1}$ (5) $f_5(x) = x[x]$ 。

() 2. 下列哪些選項是正確的？

- (1) 每一個三次函數的圖形都恰有一個反曲點
- (2) 三次函數必有極大值與極小值
- (3) 若 P 點為三次函數的反曲點，則函數在 P 點的切線斜率必為 0
- (4) 三次函數沒有最大值
- (5) 三次函數圖形若有反曲點，極大點與極小點，則三點的 x 坐標成等差數列

三、 混合題(每小題 2 分，共 6 分)

已知 $\sqrt{3}$ 為 $x^2 - 3 = 0$ 的正實根，則：

- (1) 由勘根定理可知 $\sqrt{3}$ 介於相鄰整數 $n-1$ 與 n 之間，試求 n 值。
- (2) 令 $a_0 = n$ ，試用 a_0 與牛頓法，求 $\sqrt{3}$ 的下一個近似值 a_1 。
- (3) 利用 a_1 與牛頓法，求 $\sqrt{3}$ 的下一個近似值 a_2 。

國立臺東高級中學 113 學年度第一學期第 2 次期中考高三數學科試題

適用班級：301~303，308 班級： 3- 座號： 姓名：

一、填充題：(配分如表)

答對 格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
得分	8	16	24	32	40	46	52	56	60	63	66	68	70	72	74	76	78	80	82	84

(1)	(2)	(3)	(4)
1	$6x + 1$	$-\frac{1}{x^2}$	0
(5)	(6)	(7)	(8)
$\frac{1}{4}$	33	$\frac{8}{3}$	$f'(-1) > f'(0)$ $\Rightarrow f'(2) > f'(1)$
(9)	(10)	(11)	(12)
2	$(-3, -9)$	$x^3 - 2x^2 + 3x - 7$	4
(13)	(14)	(15)	(16)
$\frac{2\sqrt{82}}{41}$	$(6, 2)$	5	-4
(17)	(18)	(19)	(20)
$-20 < k < 7$	$k > 2$ 或 $k < -1$	$(2, -4, 1)$	$\sqrt{5}$

二、多選題（每一題全對得 5 分，只錯一個選項得 3 分，只錯二個選項得 1 分，錯三個選項或三個選項以上或沒作答得 0 分，共 10 分。）

1	123	2	145
---	-----	---	-----

三、混合題(每小題 2 分，共 6 分)

(1) $n=2$

(2) $a_1 = \frac{7}{4}$

(3) $a_2 = \frac{97}{56}$