

畫答案卡：□是■否

一、多選題(每題5分，錯一個選項得3分，錯兩個選項得1分，錯三個或以上的選項得0分)

1. 下列敘述何者正確？

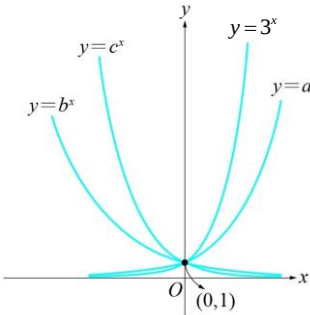
- (A) $10^{\log 3}=3$ 。
- (B) $2^{\log_3 2}=2$ 。
- (C) $\log 2+\log 3=\log 5$ 。
- (D) $\log_2 x$ 恆為正數。
- (E) 若 $\log_2 x=y$ ，則 x 恆為正數。

2. 下列敘述何者正確？

- (A) $a>0$ ， $x_1<x_2$ ，則 $a^{x_1}<a^{x_2}$ 。
- (B) $2^{\frac{1}{2}}>2^{\frac{1}{3}}>2^{\frac{1}{4}}$ 。
- (C) $(0.2)^{\frac{1}{2}}<(0.2)^{\frac{1}{3}}<(0.2)^{\frac{1}{4}}$ 。
- (D) 設 $f(x)=\log_a x$ ， $f(x^4)=4f(x)$ 對任意實數恆成立。
- (E) 設 $f(x)=\log_a x$ ，且 $0<x_1<x_2$ ，則 $f(x_1)<f(x_2)$ 。

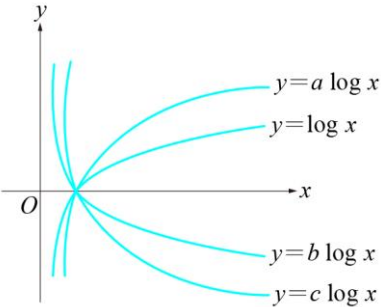
3. 指數函數 $y=a^x$ ， $y=b^x$ ， $y=c^x$ 與 $y=3^x$ 的圖形如右所示，且 $y=c^x$ 與 $y=3^x$ 的圖形對稱於 y 軸。
試選出正確的選項。

- (A) $a>3$
- (B) $b>\frac{1}{3}$
- (C) $c=\frac{1}{3}$
- (D) $ac>1$
- (E) $0<bc<\frac{1}{3}$



4. 函數 $y=a\log x$ 、 $y=b\log x$ 、 $y=c\log x$ 與 $y=\log x$ 的圖形如右所示，已知 $y=b\log x$ 與 $y=\log x$ 兩圖形對稱於 x 軸。試選出正確選項。

- (A) $a>1$
- (B) $b=-1$
- (C) $ab<-1$
- (D) $a+c=0$
- (E) $c>-1$



二、填充題（共70分，配分如下表）

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
得分	8	16	24	30	36	42	46	50	54	58	62	64	66	68	70

1.求下列各對數的值：

- (1) $\log_4 16$
- (2) $2\log 5+\log 28-\log 7$
- (3) $\log_{16} 8$
- (4) $\log_2 7\cdot\log_7 13\cdot\log_{13} 32$

2. 方程式 $\log_3 7(x+2)=3$ ，求 x 。

3. 設 $\log (3 x-6)$ 有意義，求實數 x 的範圍？

4. 試比較下列各數的大小： $a=2\log \frac{5}{3}$ ， $b=-\log \frac{1}{8}$ ， $c=\frac{1}{2} \log 7+\log 3$ 。

5. 試解下列各不等式的解：(1) $\log_5(x+1) \leq 2$ (2) $(\frac{1}{4})^{3x-2} > 0.125$ 。

6. 設 $\log 2=a$ ， $\log 3=b$ ，試以 a, b 表示 $\log_{12} 72$ 。

7. 目前國際使用“芮氏規模”來表示地震的強度，設 $E(r)$ 為地震“芮氏規模 r ”的地震，其震央所釋放的能量(單位：爾格)， $E(r)$ 與 r 的關係如下： $\log E(r)=11.8+1.5r$ ，求“芮氏規模 5”的地震，其震央所釋放的能量是“芮氏規模 3”的地震震央所釋放能量之多少倍。

8. 試問方程式 $4-3^x-3x=0$ 有多少個實根？

9. 假設某城市的人口數逐年依固定比例 r 成長。已知此城市現在有 125 萬人，10 年後有 150 萬人，那麼 30 年後，該城市人口會有多少萬人？

10. 放射性物質質量變為原來的一半所需經過的時間，稱為該物質的半衰期。假設某放射性物質在兩年後剩 3200 克，而八年後剩 400 克，試問該放射性物質半衰期是多少年？

11. 2024 年 10 月 21 日人類再次發現已知最大的質數！此次被發現的最大質數為：2 的 136,279,841 次方減 1，共有 x 位數。23 個世紀之前，歐幾里德就已經證明質數有無窮多個，所以大質數的追尋是人類永無止盡的功課，近年來都是由數論學者與電腦科學家合作進行。因為 $2^{136279841}-1 \approx 2^{136279841}$ ，又 $2^{136279841}=(10^{\log 2})^{136279841} \approx 10^{41024319.9453}=10^{0.9453} \times 10^{41024319}$ ，依照上式運算結果，求 x 的值為？

三、混合題(非選擇題需詳列算式，否則不予計分，共 10 分，配分如答案卷所示)

小凱是一位小資族，工作多年的他打算開始進行投資理財，某天他走進書店，發現排行榜第一名的理財書：「長期買進」，於是他買回家開始研讀，打算開啟自己的投資人生！

(1) 書中提到，「如果你對複利的算法不熟悉，72 法則是個簡單的試算法。將 72 除以年報酬率 r ，可以得出資產加倍需要幾年的時間。以股市年報酬 9% 計算， $72 \div 9=8$ ，也就是資產每八年會翻倍一次。」根據上述算式，市面上盛行的儲蓄型保險利率為 3%，在此利率下，若不考慮其他因素，資產翻倍的時間為幾年？(A)2.16 (B)3 (C)9 (D)12 (E)24。(單選題)

(2) 看完書的小凱，相信「"現在"永遠是開始投資的最佳時刻」，於是他將手邊的 10 萬元作為初始資金投入股市，按照每 8 年資產會翻倍的報酬率，假設 $f(x)$ 是小凱投資 x 年後的本利和，求 $f(x)$ 。(非選擇題)

(3) 根據上述的結果，小凱經過 40 年的長期投資，假設每年的投資報酬率皆相等，不考慮其他因素，則初始資金會變成多少錢。(非選擇題)

班級： 2—_____ 座號： _____ 姓名： _____

一、多選題(每題 5 分，錯一個選項得 3 分，錯兩個選項得 1 分，錯三個或以上的選項得 0 分)

1.	2	3	4
----	---	---	---

二、填充題：(共 70 分，其配分如下表)

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
得分	8	16	24	30	36	42	46	50	54	58	62	64	66	68	70

1(1)	1(2)	1(3)	1(4)
2	3	4	5(1)
5(2)	6	7	8
9	10	11	祝各位同學考試順利

三、混合題(共10分，非選擇題需詳列算式，否則不予計分)

(1)	(單選題 2分)	(3)	(非選擇題 4分)
(2)	(非選擇題 4分)		

班級： 2— 座號： 姓名：

一、單選題(每題 5 分，共 10 分)

1D	2C
----	----

二、多選題(每題 5 分，錯一個選項得 3 分，錯兩個選項得 1 分，錯三個或以上的選項得 0 分)

1 CE	2 AE
------	------

三、填充題：(共 70 分，其配分如下表)

答對題數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
得分	8	16	24	30	36	42	46	50	54	58	62	64	66	68	70

1	2(1)	2(2)	3
$\frac{4}{5}\pi$	$\frac{10}{3}\pi$	$\frac{50}{3}\pi$	$y = \sin(x - \frac{\pi}{4}) - 3$
4	5	6	7
$\frac{1}{2}$	30°或150°	3	1
8	9	10	11
$\frac{4}{3}\pi, \frac{5}{3}\pi$	$-\frac{56}{65}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$
12	13	14	祝各位同學考試順利
$100\sqrt{5}$	$\frac{180}{7}$	$32-16\sqrt{3}$	

四、混合題(共10分，非選擇題需詳列算式，否則不予計分)

(1) A (單選題 2分)	(3) (非選擇題 4分)
(2) (非選擇題 4分) 週期 30 分 $\frac{2\pi}{b} = 30 \Rightarrow b = \frac{\pi}{15}$1分 $-a + d = 15$ $a + d = 135$ 解得 $a = 60, d = 75$2分 $x = 0$ 代入 $\sin c = -1 \Rightarrow c = \frac{-\pi}{2}$1分	$60\sin\left(\frac{\pi}{15}x - \frac{\pi}{2}\right) + 75 \geq 105$1分 $\Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{15}x - \frac{\pi}{2}\right) \geq \frac{1}{2}$ $\text{令 } \theta = \frac{\pi}{15}x - \frac{\pi}{2}, \text{ 由題意 } 0 \leq x \leq 30 \Rightarrow \frac{-\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{2}$1分 $\Rightarrow \text{當 } \frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{5\pi}{6} \text{ 時, } \sin \theta \geq \frac{1}{2}$1分 $\text{即 } \frac{\pi}{6} \leq \frac{\pi}{15}x - \frac{\pi}{2} \leq \frac{5\pi}{6}$ $\text{得 } 10 \leq x \leq 20 \text{ 故 } (x, y) = (10, 20)$1分